التمرين الأول : 04 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n^2+1}{2}} \end{cases}$

1/ أ- احسب الحدود u_3, u_2, u_1 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم استنتج نهايتها .

2/ نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

ب- اكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + ... + u_n^2$ ، $T_n = v_0 + 2v_1 + ... + 2^n v_n$

التمرين الثاني : 08 نقاط

I / g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل : $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x-1|$

1- ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$ و $g(2)$

2- استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II / f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل : $f(x) = x - 2 - \dfrac{\ln|x-1|}{x-1}$.

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f.

2- بين ان المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

3- ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4- بين ان المنحني (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

5- بين ان النقطة $w(1;-1)$ مركز تناظر للمنحني (C) .

6- بين ان المنحني (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

7- انشئ كل من المماسين (T) و (T') و المنحني (C).

8- h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x) = x - \dfrac{\ln|x|}{x}$. و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

بين ان (C_h) هو صورة (C) بانسحاب يطلب تعيينه.

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بــــ : $f(x)=(a-2x)e^{2x}+b$ ، حيث a و b عددان حقيقيان

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

I. عين العددان الحقيقيان a و b حيث يتحقق الشرطان :

- f حل للمعادلة التفاضلية : $y'-2y=-2e^{2x}$
- (C_f) يقبل مماس موازي لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 0

II. نضع : $a=1$ و $b=0$

1) أكتب عبارة $f(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها (حساب النهايات مطلوب)
2) حل المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.
3) احسب $f(1)$ ثم ارسم (C_f).
4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $f(x)=f(m)$.

III. نسمي $f'=f^{(1)}, f''=f^{(2)}, f'''=f^{(3)},..., f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

1) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$
2) من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم المنحني $(C_{f^{(n)}})$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n;y_n)$

أ- احسب بدلالة n كلا من x_n و y_n.

ب- بين أن المتتالية (x_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ، ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} x_n$.

ج- بين أن المتتالية (y_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ، ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} y_n$.

انتهى...

☺ بالتوفيق ☺

استاذ المادة يتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا